Sélection non exhaustive et totalement subjective d'exercices repris du site de l'APMEP pour préparer le baccalauréat. *Rappel : la calculatrice est autorisée. Cependant, c'est au candidat de savoir la mettre en mode examen, devant les surveillants, au début de l'épreuve. L'épreuve dure 4h.*

1 Entraînement baccalauréat : hors-piste - indications

1.1 Fonctions : 5 points

1. On peut factoriser par x^{n-1}.
2. **a.** Dresser le tableau de variations de f_n sur $[1;5]$
   b. A_n a pour abscisse $e^{1/n}$ et est sur la courbe de f_n.
3. **Coquille dans le sujet papier : $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x = F(b) - F(a)$.**
   a. Utiliser les variations de ln pour justifier.
   b. Ne pas oublier que $\dfrac{1}{x^n} = x^{-n}$, c'est plus simple pour primitiver.
   c. On va utiliser le théorème des gendarmes pour montrer que $\boxed{\lim\limits_{n\to+\infty} \mathcal{A}_n = 0}$. L'inégalité sera obtenue via la remarque "$f \leqslant g \Rightarrow \int f \leqslant \int g$", sachant que l'on partira de l'inéquation de la question 3)a).

1.2 Probabilités : 4 points

Partie A

1. Il faut introduire X la variable aléatoire qui compte le nombre de balles envoyées à droite.
2. Voir calculatrice

Partie B

Voir l'indication déjà donnée sur le sujet. Vous trouvez normalement un intervalle contenant 42 donc rien d'inquiétant !

Partie C

Derrière cette partie se trouve un raisonnement utilisant plusieurs fois la formule des probabilités totales (sur $P(\bar{L})$ et $P(D)$).

Si on note L l'événement « la balle est liftée » et D l'événement « la balle est envoyée à droite », alors à partir des données de l'énoncé, on a $P(L\cap D) = 0,24$ et $P\left(\overline{L}\cap\overline{D}\right) = 0,235$.

Ici, on cherche $P_{\overline{L}}(D)$.

Et, finalement :

$$\boxed{P_{\overline{L}}(D) = \simeq 0,525}$$

1.3 Espace : 6 points

Partie A

1. Il faut montrer que la droite (AC) est orthogonale à deux droites sécantes au plan (BAD), par exemple (BD) et (AB).
2. Rappelons qu'il faut montrer que toutes les faces de ABCD sont des triangles rectangles.
   Il faut utiliser la question précédente ainsi que le fait que d soit perpendiculaire à P.
3. CD est l'hypoténuse de BCD, donc le côté le plus grand : CD > CB et CD > BD ;
   ... raisonnement à poursuivre
   a. Rappelons que le milieu de l'hypoténuse d'un triangle rectangle est le centre de son cercle circonscrit.

Partie B

1. Un vecteur directeur de d est normal à P.
   On trouve $P\ :\ 2x - 2y + z + 1 = 0$
2. Classique !
3. Attention à bien montrer qu'il est rectangle ET isocèle.
4. **a.** On peut utiliser le fait que d est perpendiculaire à P
   b. ABM est isocèle en B si et seulement si BM =AB
   $\text{B}M = \text{AB} \Leftrightarrow \text{B}M^2 = \text{AB}^2$
   ... poursuivre le raisonnement avec la formule de la norme par exemple. On rappelle que M est un point de d, ce qui est fort pratique pour exprimer ses coordonnées en fonction de t !
   c. La résolution de l'équation précédente donne deux valeurs de t, qui donnent $M_1(1\ ;\ 9\ ;\ -3)$ et $M_2(9\ ;\ 1\ ;\ 1)$.

Partie C

ABCD est un bicoin car ...

D'après la question **3.b.** de la **Partie A**, on sait alors que le milieu I de ....est équidistant de .....

Le centre de la sphère circonscrite à ABCD est donc ......

Le rayon de la sphère est IC....

1.4 Suites : 5 points

Partie A : étude du cas particulier $n = 6$

1. Montrer que le triangle OA_6B_6 est isocèle et a un angle principal de 60 degrés suffit.
   Pour l'aire, le polygone est formé de six triangles identiques.
2. Faire un petit dessin et utiliser le sinus dans un triangle rectangle par exemple. On trouve alors $\boxed{r_6 \sin\dfrac{\pi}{3} = r_6\dfrac{\sqrt{3}}{2}}$.
3. Il faut utiliser la formule de l'aire du triangle.

Partie B : cas général avec $n \geqslant 4$

Remarque : on appelle module la distance entre le point B_n et l'origine ; argument l'angle $(\overrightarrow{OA_n}, \overrightarrow{OB_n})$.

1. La hauteur h_n du triangle $\mathrm{OA}_n\mathrm{B}_n$ est....
2. Puisque l'on a n triangles identiques superposables, on a $n\theta_n = 2\pi$ donc ...
   L'aire de chaque triangle vaut $\dfrac{1}{n}$ donc ....

Partie C : étude de la suite (r_n)

1. Partir du membre de droite pour obtenir le membre de gauche.
2. Pour tout $n \geqslant 4$, $0 < 3 < n < n+1 \Rightarrow$ .... car la fonction inverse est strictement décroissante sur $]0\ ;\ +\infty$
   .....
   Comme la fonction f est croissante sur $]0\ ;\ \pi[$, on en déduit :
   .....
3. Classique !
4. Comme f est continue, la limite de $v_n = f\left(\dfrac{2\pi}{n}\right)$ en $+\infty$ est la limite de f quand x tend vers 0.
   Remarquons par ailleurs que $r_n = \sqrt{\dfrac{1}{\pi}v_n} \Leftrightarrow v_n =$ ....
   ....
5. Classique, avec du tant que.

---

labo-maths.janot@ac-dijon.fr