

Fonctions : 5 points

Partie I

1. Il faut déterminer la limite du numérateur et celle du dénominateur (préciser le signe du 0). Vers quoi tend un quotient dont le dénominateur tend vers 0 ?
2. C'est un théorème du cours, il faut connaître ces quatre limites particulières par cœur.
3. C'est du $\frac{u}{v}$.
4. Lors de l'étude du signe du numérateur, ne pas oublier la justification lorsqu'on applique la fonction exponentielle.
5. TVI sur $]0 ; e]$. Quel est le signe de h sur $[e ; +\infty[$? La fonction passe-t-elle par 0 sur $[e ; +\infty[$? Calculez les images de 0,5 et 0,6 pour justifier l'encadrement.

Partie II

1. Quel est le coefficient directeur de la tangente ?
2. Même question. Attention, lors de la dérivée de f , il y a du $u \times v$.
3. Quelle équation faut-il résoudre pour répondre à cette question (utiliser les deux questions précédentes)? Attention, il ne faut pas se lancer dans un calcul compliqué mais faire le lien entre ce qu'on cherche à résoudre et la partie I (qui a pour objectif de répondre à cette question).

Espace : 5 points

1.
 - a. Justifiez votre choix en expliquant pourquoi votre droite est orthogonale à la base.
 - b. Étudiez la position relative des deux droites précédentes.
2.
 - a. Vérifiez que les coordonnées de chacun des points vérifient l'équation cartésienne du plan.
 - b. Calculez les coordonnées de \overrightarrow{FD} et comparez-les aux coordonnées d'un vecteur normal à (ACH). Que remarquez-vous ?
 - c. Remarquez que (FD) est une grande diagonale du cube.

Partie B Une propriété des tétraèdres orthocentriques

1.
 - a. Quelle est la position relative entre une droite incluse dans un plan et une droite orthogonale à ce plan ?
 - b. Quelle est la position relative de (PQ) par rapport à deux droites de ce plan? Précisez la position relative de ces deux droites dans le plan.
2. Comme la question 1.a. de la partie B.

Partie C : Application

Utilisez la partie précédente. À quelle condition le tétraèdre pourra-t-il être orthocentrique ?

Probabilités : 5 points

Partie A

1.
 - a. L'arbre ne peut pas être entièrement complété.
2. Comme d'habitude, avec l'arbre.
3. Il faut utiliser une formule pour calculer $P(\overline{V} \cap G)$. Souvenez-vous qu'on connaît $P(G)$. Attention, il est interdit d'utiliser $P_{\overline{V}}(G) = 0,28$ parce que c'est ce qu'on veut montrer.

Partie B

1. Justifier votre réponse.
2. Tout se fait à la calculatrice. Attention aux arrondis.
 - a. On cherche $P(X = 15)$.
 - b. On cherche $P(X \geq 20)$.
 - c. On veut 95% des valeurs entre a et b , quel pourcentage de valeurs y a-t-il avant a et avant b ?

Suites : 5 points

Partie A :

1. 85% personnes continuent le télétravail et 450 nouvelles personnes le commencent. Il y a 200 personnes au départ.
2. Même chose mais il faut faire une phrase.
3.
 - a. Il faut calculer v_{n+1} et montrer que $v_{n+1} = 0,85v_n$.
 - b. Il faut utiliser la formule du cours de première, à connaître par cœur.
 - c. Utilisez la question précédente et le fait que $a_n = v_n + 3000$.
4. On cherche le plus petit n tel que $a_n < 2500$. Pensez à utiliser le \ln pour faire "tomber" la puissance (après avoir isolé le $0,85^n$).

Partie B :

1. Il faut dériver f . Attention, $f = \frac{u}{v}$.
2.
 - a. Dans l'initialisation, on a besoin de u_0 et de u_1 .
Dans l'hérédité, il suffit d'appliquer la fonction f . Attention à bien préciser son sens de variation.
 - b. Il faut utiliser la question précédente. Quel est le sens de variation de (u_n) ? A-t-on besoin de la minoration ou de la majoration?
3. Déterminer les limites des expressions encadrant $4 - u_n$. Attention de ne pas oublier de justifier la limite de $\left(\frac{1}{2}\right)^n$!
Pour l'interprétation, que représente u_n dans le contexte de l'exercice? Que signifie n tend vers $+\infty$?

Remarque : il faut savoir montrer que $0 \leq 4 - u_n \leq 3 \times \left(\frac{1}{2}\right)^n$.

Montrer cette inégalité revient à montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $4 - 3 \left(\frac{1}{2}\right)^n \leq u_n \leq 4$ et comme on ne connaît pas l'expression de u_n en fonction de n mais seulement u_{n+1} en fonction de u_n , une récurrence s'impose ici. Dans l'hérédité, l'inégalité de gauche n'est pas évidente. Il faut dans ce cas raisonner par condition nécessaire et chercher quelle inégalité évidente est équivalente à celle cherchée. Bon courage!